Ricardo Pascale

Nabil Khoury *

LAS RESERVAS DE CAJA DE LA EMPRESA **

Un modelo para su óptima determinación

*Profesor Titular de Finanzas de Empresas de la Universidad de Laval, Quebec, Canada.

**Trabajo publicado en la Revista Administración de Empresas, Ediciones Contabilidad Moderna, Tomo VII-B, 1977, Buenos Aires.

1. INTRODUCCION

Dentro de la administración de las disponibilidades de la empresa, la determinación del nivel de reservas de caja es uno de los aspectos más importantes, y sin embargo de los menos tratados. El medio académico, en efecto no ha prestado a este como a muchos otros temas relacionados con la administración del capital de trabajo suficiente atención.

Son escasas, por ejemplo, las aplicaciones en el campo del capital de trabajo, de los trabajos de Harry M. Markowitz(1) sobre selección de portafolios (2) que, por el contrario han tenido en otras áreas de finanzas un desarrollo extraordinario.

Este trabajo tiene como objetivo principal desarrollar un modelo para la determinación de las reservas de caja de la firma tomando en consideración dos atributos fundamentales, media y varianza. Se ha tratado, por lo tanto, de conjugar retornos esperados (en este caso costos) con riesgos involucrados.

Ha sido nuestra preocupación, que el modelo pueda resultar en una herramienta que contribuya al proceso decisorio de los ejecutivos y analistas financieros, en uno de los aspectos más delicados de la administración de las disponibilidades.

Se ha acompañado el desarrollo del mismo con un ejemplo para mejor ilustrarlo.

2. UN MODELO PARA LA DETERMINACION DE LAS RESERVAS DE CAJA

Varios modelos se han desarrollado para explicar distintos aspectos de la administración de las disponibilidades de la empresa. Ellos pueden ser agrupados en:

---

(1) Harry, M. Markowitz "Portfolio Selection", Journal of Finance, Vol. VII, March. 1952, p. 11-91.

(2) Entre estos se encuentran los trabajos de Friedland Seymour. "The Economics of Corporate Finance", Englewood Cliffs, New Jersey. Prentice-Hall. Inc. 1966.

a) modelos determinísticos que consideran a las distintas variables involucradas en condiciones de certidumbre y

b) modelos probabilísticos, que suponen comportamientos inciertos en algunas de ellas, a las que se puede aplicar distribuciones de probabilidad.

Como ejemplo del primer grupo, tenemos al modelo de Baumol. Dentro del segundo grupo al de Miller y Orr y el de Beranek (3). Los mismos se exponen en el apéndice de este trabajo.

Estos difieren, entre otras cosas, por los costos en que enfatizan cada uno. Así, los de Baumol, y Miller y Orr lo hacen en los costos de transferencia entre los fondos de caja y las inversiones de activos de retorno. Ellos ignoran la posibilidad de pedir prestado y se concentran en la posibilidad de liquidar inversiones para atender las necesidades de egresos de caja.

El modelo de Beranek, hace énfasis en los costos de insuficiencia de caja, pero tampoco considera la posibilidad de pedir prestado.

El modelo que hemos desarrollado difiere de los anteriores, en la variable decisoria que utiliza, en la forma de medir el riesgo así como de la manera en que se combinan riesgo y retorno (o costos en este caso) a efectos de una óptima decisión en uno de los aspectos de la administración de las disponibilidades de la empresa, este es el nivel de las reservas.

Se entiende por reservas en este modelo, al monto de fondos a mantener en caja para atender las necesidades de tesorería en un período dado, una vez utilizados los ingresos previstos. El modelo, como se verá, está ideado para casos de déficits financieros.

Así, de los principales aspectos que involucra la administración de las disponibilidades de la firma, tales como la preparación del presupuesto del fluir de caja, la fijación de los niveles de reserva a mantener y la asignación de ellas entre caja y activos rentables fácilmente liquidables (4), el presente trabajo apunta fundamentalmente al establecimiento del nivel de reservas. Es muy probable

---

(3) El lector interesado puede ver otros modelos en Archer Stephen H. "A Model of the Determination of Firm Cash Balances" Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1 * (March 1966), p. 1-T.

D.J. White and J. M. Norman. "Control of Cash Reserves", Operational Research Quarterly, 16, N° 3, (September 1965), y Wardworth Publishing Co. 1970.

(4) Para una extension de estos aspectos se puede ver Orgler, Y.E. "Cash Management". Belmont, California: Wardsworth Publishing Co. 1970.

que, especialmente en situaciones de déficit de caja el monto de las reservas deba obtenerse de fondos provenienes de préstamos que se contraigan.

2.1. Función de probabilidad de los saldos de caja

La naturaleza aleatoria de los flujos de fondos que componen el presupuesto de caja, permiten entonces asociar una función de probabilidad para los saldos de caja resultantes al fin de un periodo de planificación. Siguiendo este razonamiento varios saldos de caja pueden ser obtenidos para cada mes (por ejemplo), y a cada saldo asignarle la correspondiente probabilidad de ocurrencia en función del grado de confianza atribuible en las cifras de estimaciones utilizadas.

En este sentido, y a los efectos de desarrollar un ejemplo para mejor ilustrar, supongamos que para el mes de junio, el presupuesto de caja de una compañia X, preparado en base a diferentes hipótesis nos muestra los siguientes saldos deficitarios: $ 180.000, $ 200.000, $ 220.000 y $ 240.000.

Las probabilidades de ocurrencia a cada uno de estos déficit son expuestos en el cuadro 1. En él, se puede apreciar, por ejemplo, que existe el 16% de probabilidad de que $ 240.000 se necesiten a los efectos de cubrir el déficit.

El sentido inverso quiere decir que existe una probabilidad del 84 % de que ese monto no se necesite.

Los otros deficits y sus probabilidades pueden ser considerados análogamente, y es claro, que, en su conjunto, tienen una probabilidad igual a 1.

CUADRO I

COMPANIA X

Probabilidades de ocurrencia de los déficits para el mes de junio.

Saldo Deficitario	Probabilidades de ocurrencia
180.000	.16
200.000	.34
220.000	.34
240.000	.16
	1.00

2.2. Costos de insolvencia

Cuando la firma atraviesa por un período de escasez de caja, suele usar alguna o una combinación de las siguientes medidas: posponer el pago de sus deudas, liquidar parte de los activos o pedir préstamos (5). La elección entre las alternativas que se plantean debe depender de los costo implícitos y explícitos involucrados en cada una de ellas. Estos costos, asimismo pueden variar de una firma a otra dependiendo de las particulares condiciones financieras de cada una de ellas.

Por ejemplo, una firma puede estar endeudada en alto grado llegando su ratio deudas/activos totales a mostrar cifras muy cercanas al máximo aceptable.

En casos como estos, muy probablemente, los costos explícitos e implícitos, del financiamiento de la situación deficitaria a través de posponer el pago de las deudas puede ser alto. En efecto en adición a una tasa de interés (costo explícito) muy probablemente más alta que el promedio, los financistas impondrán algunas severas restricciones sobre los futuros préstamos que puedan solicitar, como ser niveles mínimos del capital de trabajo, pueden imponer controles sobre los gastos, etc.(costos implícitos).

Asimismo, la postergación del pago de una deuda o un nuevo préstamo, especialmente en casos como el que estamos tratando, suelen situar a la firma en una categoría de riesgo financiero diferente a la que estaba situada con anterioridad.

Como un resultado de ello, los inversores bien pueden insistir en un mayor retorno sobre sus inversiones (por ejemplo el costo del capital de la firma crece) y los futuros prestamistas pueden resistirse a prestar fondos a menos que se impongan condiciones más severas que antes. He aqui dos ejemplos más de costos implicitos.(6)

Sopesando estos costos contra los derivados de la venta de algún activo (por ej. comisiones, gastos administrativos, pérdidas derivadas de la necesidad de venderlo, etc.) puede llegarse a la conclusión que la venta del activo es la económicamente aconsejable entre las alternativas planteadas.

---

(5) No estamos considerando en esta oportunidad la presencia de nuevos aportes de capital. Ello por otra parte responde en buena medida a la realidad de varios países de la América Latina en los cuales los fondos propios externos son una fuente considerablemente excepcional.

(6) Alguno de ellos también puede acarrear costos explicitos.

Desde el otro ángulo, si la firma no hubiera presentado una situación de tan alto endeudamiento como el descrito, de pronto el pedir prestado hubiera sido la opción más conveniente.

Estos costos implícitos y explícitos, que derivan de una situación de insuficiencia de fondos, son uno de los parámetros que integran el modelo.

En el ejemplo que estamos planteando estamos considerando un monto de los costos de insuficiencia de caja de $ 3 por cada $ 100 de déficit no cubierto con nuevos préstamos o venta de activos.

2.3. Costos de intereses.

Este tipo de costos ha sido tratado extensamente en la bibliografía afín, por lo cual no nos detenemos en ello.

Simplemente debemos recordar que es el costo del préstamo [7].

En el ejemplo que estamos presentando, se habrá notado que no se incluyen retornos alternativos derivados de fondos invertidos en inversiones de corto plazo. La situación que estamos planteando se refiere en realidad a déficits de caja más bien que a superavits

Para el ejemplo que estamos desarrollando, suponemos que los préstamos costarían 1% (uno por ciento) mensual sobre el monto adeudado. [8]

2.4. La función de los costos esperados totales

Llamándole al monto a pedir prestado como reservas, es ahora posible calcular el costo total esperado de los distintos niveles de reservas, tomando en consideración las probabilidades de ocurrencia de las distintas magnitudes de déficits proyectados. A un nivel de reservas de $ 220.000 por ej., la firma estará expuesta ya sea a una insuficiencia como a un exceso de fondos. Desde el momento en que el déficit sea inferior a $ 220.000, el costo de las reservas sólo se limitará a $ 2.200 de intereses. Si llegara a ser $ 240.000, el costo del nivel de reservas establecido crecería en $ 600 derivado de la penalización de la firma por haber incurrido en una insuficiencia de fondos $ 20.000.

---

(7) Puede ver por ej. J. Fred Weston and E. Brigham. "Managerial Finance", 5ta. Ed. (The Dryden Press, Hindsdale, Illinois) 1975, Cap. 19.

(8) Los intereses se calculan desde el comienzo de cada mes y no son requeridos saldos compensatorios.

Si cada uno de estos costos es multiplicado por la probabilidad que le corresponde a cada nivel de déficit y los correspondientes productos son sumados obtenemos el costo total esperado para cada nivel de reserva.

El cuadro N° 2 muestra el detalle de los cálculos del costo total esperado para cada nivel de reservas.

CUADRO N° 2

COSTOS TOTALES Y COSTOS TOTALES ESPERADOS A CADA NIVEL DE RESERVAS

		Costo total a un nivel de reservas de $180.000	Costo total a un nivel de reservas de $200.000	Costo total a un nivel reservas de de $ 220.000	**Costo Total un nivel de reservas de $ 240.000**
Deficits proyectados	Probabilidad				
180.000	0.16	1.800	2.000	2.200	2.400
200.000	0.34	2.400	2.000	2.200	2.400
220.000	0.34	3.000	2.600	2.200	2.400
240.000	0.16	3.600	3.200	2.800	2.400
Costo total esperado	1.00	2.700	2.396	2.296	2.400

En forma más general si $\tilde{G}$ denota déficit, que en el caso adopta forma discreta con valores de 180.000, 200.000, 220.000 y 240.000 con probabilidades: $P\{G = i\} = P_i$ donde i = 180.000, 200.000, 220.000, y 240.000, si X representa el monto a pedir prestado (X = 180.000, 200.000, 220.000 y 240.000) la función del costo total de las reservas puede escribirse.

$$C(X) = \lambda_1 (\tilde{G} - X)^+ + \lambda_2 (X) \qquad (1)$$

donde:

λ_1 = el costo que penaliza una insuficiencia de fondos.

λ_2 = costos de intereses por peso que se pide prestado.

$$(\tilde{G} - X)^+ = \begin{bmatrix} G - X \text{ si } \tilde{G} > X \\ 0 \text{ si } \tilde{G} \leq X \end{bmatrix}$$

De la ecuación (1) podemos llegar, teniendo en consideración las probabilidades asociadas en los déficits a:

$$\left[E\left\{C(X)\right\} = \lambda_1 \quad E(\tilde{G}-X)^+ + \lambda_2 (X) \right]. \qquad (2)$$

2.5. El nivel óptimo de las reservas de caja

El cuadro N° 2 nos indica, que $ 220.000 es el nivel de reservas en el cual el costo esperado es más bajo que en cualquiera de los otros casos de reservas considerados.

Sin embargo, puede ser peligroso para la firma optar por el citado nivel de reservas sin tomar en consideración el riesgo involucrado en él. Es este el punto que quiere enfatizarse en el modelo. En efecto, un cierto nivel de reservas puede muy bien ser óptimo desde el punto de vista de la minimización de los costos totales pero, el mismo tiempo puede involucrar un riesgo que la firma no está dispuesta a tolerar. Por esta razón el riesgo debe ser introducido como una restricción en la minimización de los costos totales esperadós para el nivel de reservas bajo consideración.

En otras palabras, para encontrar el nivel óptimo de reservas se deberá;

$$\text{Min. E. } \left\{ C(X) \right\}$$

sujeto a:

$$\text{Var. } \left\{ C(X) \right\} \leq \alpha$$

Var. $\{C(X)\}$ es la varianza de la función C(X) para un valor dado de x y α es el valor superior de varianza que la firma puede tolerar (9).

En el ejemplo que venimos desarrollando X puede adoptar los siguientes valores: $ 180.000, 200.000, 220.000 y 240.000.

La medida del riesgo es un tópico controvertido. Hemos usado en este modelo la varianza como medida del mismo.

Si bien es la medida más comunmente utilizada, la misma no tiene una aceptación general [10]. Los desarrollos modernos en

---

(9) Alternativamente puede utilizarse: Min Var $\{c(x)\}$ sujeto a E $\{c(x)\} \leq \beta$ donde β es el costo total esperado de las reservas que la firma puede esperar que ocurra.

(10) A estos efectos puede verse BABCOCK (2).

torno a Beta como medida del riesgo están teniendo una creciente utilización, al menos por el momento en el campo académico. Hemos preferido la desviación tipica porque nos muestra una medida del riesgo de la variable en si misma. Es bien conocido que Beta muestra correlaciones con respecto al mercado, que en nuestra opinión no aparecen tan cercanamente relacionados al problema en consideración.

En el cuadro que continúa exponemos en forma detallada la determinación de la varianza y la desviación estandard de los costos totales para un nivel dado de reservas de $ 220.000

CUADRO Nº 3

VARIANZA Y DESVIACION STANDARD DE LOS COSTOS TOTALES A UN NIVEL DE RESERVAS DE $ 220.000 (en pesos)

Déficit proyectado (1)	Probabilidad (2)	Costo total (3)	Costo total esperado (4) =(3)x(2)	Costo total Esperado (5)	(5)x(5) (6)	(6)x(2) (7)
180.000 200.000 220.000 240.000	0.16 0.34 0.34 0.16	2.000 2.000 2.600 3.200	320 680 884 512	-396 -396 +204 +804	156.816 156.816 41.616 646.416	25.091 53.317 14.149 103.427
		Costo esperado 2.396			σ^2 σ =	195.984 443

Como lo muestran los cálculos que preceden, el nivel de reservas de $ 200.000 tiene una desviación standard de $ 443, lo que significa que existe una probabilidad de 16% de que el costo total de este nivel de reservas pueda exceder $ 2.830 así como una probabilidad de 2.3% de que caiga por debajo de $ 1.510. El cuadro Nº 4 sumariza los costos totales esperados y las desviaciones standars para cada nivel de reservas.

CUADRO Nº 4

COSTOS TOTALES ESPERADOS Y DESVIACIONES STANDARD DE LOS COSTOS A CADA NIVEL DE RESERVA

Nivel de reserva	180.000	200.000	220.000	240.000
Costo total esperado	2.700	2.396	2.296	2.400
Desviacion standard	566	443	220	0

Cuando el máximo riesgo tolerable ha sido decidido, entonces es posible decidir el nivel óptimo de las reservas de caja. Por ejemplo, si la firma opta por un nivel de riesgo determinado por una desviación standard de $ 220, el nivel óptimo de las reservas será $ 220.000.

Es claro, además, que los niveles de reserva de $ 180.000 y $ 220.000 quedan fuera de la consideración puesto que ellos son dominados por los otros niveles.

3. LA PRESENCIA DE INFLACION

Hasta aquí hemos ignorado la posibilidad de que la tasa de variación del nivel general de precios sea una variable a considerar explícitamente en el proceso de determinación del nivel adecuado de reserva. Pero la inflación exige, que, para la aplicación del modelo, debamos adicionar los siguientes factores:

a) naturaleza monetaria o no monetaria de los activos de reserva: en efecto, si en la economía de que se trata es posible mantener una mezcla de activos de reserva compuesta por la tenencia de fondos, per se, activos monetarios erosionables por la inflación, y la posibilidad de mantener activos financieros indexables o sujetos a corrección monetaria, la mezcla o composición de la reserva es tan importante como su nivel absoluto, dado que en épocas de inflación el costo total de mantener resrvas será función de la mezcla que se adopte;

b) tasa esperada de inflación: este factor es esencial a los efectos de convertir gastos o ingresos nominales en costos o ingresos reales; o, dicho de otro modo, para homogeneizar magnitudes monetarias;

c) unidad de cuenta homogénea, de lo dicho para a) y b) se desprende que si puede darse la combinación de activos sujetos a indexación, con una tasa real de rendimiento y pasivos no sujetos a indexación, pero con tasas nominales que seguramente reflejan, aunque parcialmente, la inflación esperada, se hace necesario trabajar con magnitudes homogéneas, es decir, llevando activos y pasivos, por ejemplo, a pesos constantes y trabajando con tasas reales en lugar de nominales. Las tasas reales son producto de ajustar las probables tasas nominales en función de la tasa probable de inflación.

Finalmente el lector deberá recordar que el monto y composición de las reservas habrá de entrar en el proceso de determinación de la exposición (positiva o negativa) a la inflación y que, de por si, el binomio exposición a la inflación y tasa esperada de inflación da lugar a ganancias o pérdidas por ese concepto.

4. CONCLUSIONES

Uno de los principales objetivos de la administración de las disponibilidades es determinar el nivel óptimo de las reservas. Este nivel debe asegurar a la firma una adecuada protección contra las cargas derivadas de la insolvencia técnica, al mínimo costo esperado posible.

Al mismo tiempo el nivel de reservas a elegir no deberia envolver a la firma en un nivel de riesgo superior de aquel que aquella pueda tolerar.

Hemos tratado, por consiguiente, de desarrollar un modelo que tome en consideración no solamente los costos esperados sino también los riesgos involucrados.

A efectos de no complicar innecesariamente la exposición se efectuaron simplificaciones en el desarrollo del modelo y su aplicación en el ejemplo considerado. Cualquiera de estas simplificaciones pude ser modificada, sin embargo, a efectos de mostrar más adecuadamente la realidad, sin que por ello disminuyan la validez de las premisas lógicas del modelo.

APENDICE

MODELO DE BAUMOL

Baumol [1] reconoce las similitudes entre los problemas de inventarios y la caja, desde el punto de vista financiero y, trabaja fundamentalmente en las decisiones de transferencias de fondos desde activos rentables a caja.

Entiende que hay costos, de ordenar transferir fondos desde inversiones rentables a caja, así como mantener un saldo de ella. Por otra parte, hay costos de quedarse sin fondos suficientes.

Entiende Baumol que se deben minimizar estos costos, buscando el monto óptimo de saldos de caja derivados de las transferencias citadas.

En su forma más operativa los saldos de caja toman la forma de un ingreso importante, que luego es utilizado para solventar los egresos dentro de un periodo. Toma importancia de esta forma, analizar, cual es el monto de los fondos que permanezcan en caja, que llamaremos D y cuantos permanecen en un inventario de activos rentables, AR, que ganan una tasa de interés i. Siendo T, el monto total de caja al inicio del periodo tenemos que:

$$D = T - AR$$

El saldo promedio de la caja mantenida es $\frac{(T - AR)}{2}$ y el monto D sirve para mantener los egresos de caja durante el período, (T-AR)/T, que es la fracción de tiempo entre los reembolsos de fondos (ver figura 1).

De esta forma el costo de oportunidad de mantener los fondos en caja será igual a

$$\left(\frac{T - AR}{2}\right) \quad i \quad \left(\frac{T - AR}{T}\right)$$

---

(1) William J. Baumol. "The Transactions Demands for Cash; an Inventory Theoretic Approach". Quarterly Journal of Economics 66 (November 1952) p 545-556

Los costos de colocación de AR pesos es igual a $n_C + m_C I$ donde n_C y m_C son los costos fijos y variables respectivamente de hacer depósitos o colocaciones en general.

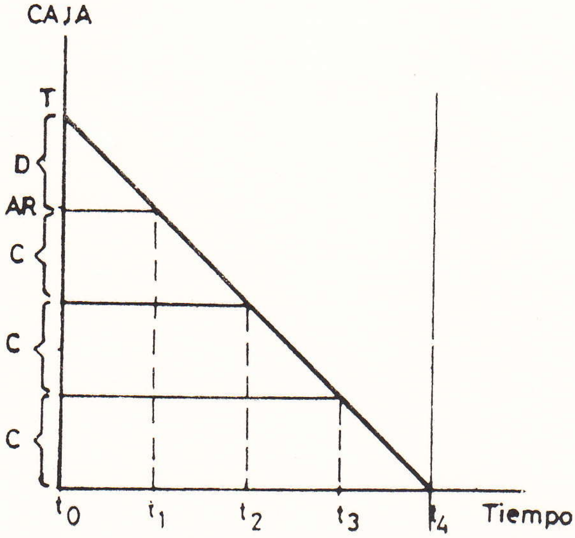

FIG. 1 - SALDOS DE CAJA Y TRANSFERENCIAS SEGUN W.J. BAUMOL

Siendo C el volumen de fondos adicionales que se deben transferir desde los activos rentables a caja, tenemos que el costo de obtener fondos para el resto del periodo viene dado por

$$\left(\frac{C}{2}\right) i \left(\frac{AR}{T}\right) + (n_w + m_w C) \quad \frac{AR}{C}$$

El primer término muestra el costo de interés (oportunidad) de mantener un monto promedio $\frac{C}{2}$ de caja en el subperiodo y el segundo término es el costo de hacer retiro de las inversiones efectuadas.

Combinando estos componentes la función de costos queda:

$$Z = \left(\frac{T-AR}{2}\right) i \left(\frac{T-AR}{T}\right) + n_C + m_C I + \left(\frac{C}{2}\right) i \left(\frac{AR}{T}\right) + (n_w + m_w C) \frac{AR}{C} \quad (1)$$

El valor óptimo de C es encontrado diferenciando la ecuación (1) con respecto a C y haciendo la derivada primera igual a cero.

Esto es

$$C = \sqrt{\frac{2n_w T}{i}}$$

El D óptimo se obtiene diferenciando (2) con respecto a AR obteniendo

$$D = T - AR = C + T\left(\frac{m_w + m_c}{i}\right)$$

El gerente financiero a efectos de minimizar costos, debe mantener D pesos en el reembolso inicial para cubrir los egresos al comienzo del período y debe retirar C pesos de las inversiones, T/C veces por período.

Si bien el modelo de Baumol capta en buena medida algunos de los elementos esenciales del problema de caja, parece adaptarse más al caso de un individuo que al de una firma. Tanto los ingresos como los egresos suelen ser muy irregulares, siguiendo a veces comportamientos impredecibles. En estas condiciones el supuesto de certidumbre aparece como demasiado restrictivo.

MODELO DE MILLER Y ORR.

Miller y Orr (2) elaboraron un modelo en el cual consideran sólo dos activos relacionados con las disponibilidades que son: a) los saldos de caja y b) un portafolio de inversiones de corto plazo que reditúan i pesos por día.

Las transferencias entre los dos activos se efectúan a un costo marginal de b pesos por transferencia sin consideración de tamaño o duración de la misma. Las transferencias pueden tener lugar en cualquier momento y se consideran instantáneas.

Los flujos de fondos se suponen como variable estocástica que para un número apreciable de casos se asume en forma normal.

El objetivo de la firma es minimizar los costos de administrar los saldos de caja bajo una elemental política de control. Ellas se basan en un modelo de control en base a dos parámetros. Esta política permite a los saldos de caja fluctuar libremente hasta que los límites superior e inferior son violados (los niveles son h y O respectivamente).

Las reglas de decisiones establecen una transferencia de h - z pesos en activos redituables cuando el saldo de caja llega a h; y una transferencia de z pesos fuera de los activos de rédito cuando el saldo de caja se acerca a cero.

(2) M. Miller and D. Orr. "A Model for the Demand for Money by Firms", Quarterly Jorunal of Economics, 80, August 1966, p. 413-435.

La mira de la política es minimizar el costo diario esperado de administrar los saldos de caja con respecto al límite superior h y al punto de retorno z.

Este costo diario esperado, E(C) comprende dos partes: los costos esperados de transacciones (probabilidad de transferencia b) y el costo esperado de oportunidad de mantener caja (en el saldo esperado de caja multiplicado por *i*, la tasa de ganancias en estos activos de réditos).

La solución es optimizar *h* y *z* implica primero encontrar la distribución de probabilidad de los saldos de caja, y entonces desarrollar la siguiente minimización:

$$\min_{h,z} E(C) = \frac{3b\sigma^2}{z\ (h-z)} + \frac{i\ (h+z)}{3}$$

donde σ^2 es la varianza diaria de los cambios en los saldos de caja.

La solución es:

$$Zopt = \left(\frac{3b\ \sigma^2}{4_i}\right) 1/3$$

$$h_{opt} \doteq 3\ z\ opt$$

$$\bar{M} = \text{Saldo promedio de caja} = (4/3)\ z_{opt}$$

La figura 2 muestra esquemáticamente el modelo

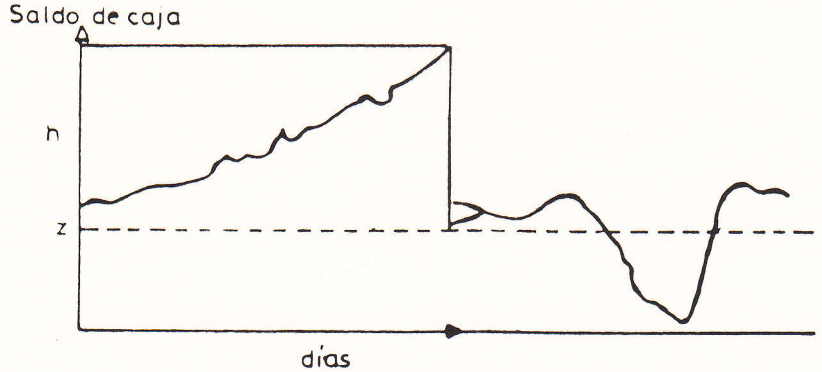

FIG 2 - ESQUEMATIZACION DEL MODELO DE MILLER Y ORR.

MODELO DE BERANEK

Ese modelo (3) plantea el problema de la asignación de los fondos entre efectivo y activos rentables.

Supone una determinada cantidad de fondos al inicio del periodo, que no se pueden realimentar hasta el fin del mismo. El flujo neto de caja al fin del periodo es pues, la variable aleatoria que maneja. Entiende que en general los ingresos pueden suponerse con cierta regularidad en tanto que los egresos tienen un carácter cíclico. Sobre esta base él supone que el administrador financiero podrá conocer la evolución de sus necesidades de caja dentro del periodo de planeamiento, pudiendo invertir una porción de los fondos que espera no tener que usar.

En su modelo define a (se utiliza la misma simbología desarrollada por Beranek).

g (y) = la distribución de probabilidad de la variable aleatoria $\underline{y}$ para un periodo.

y^* = nivel crítico de caja (por debajo del cual comienza a aparecer el costo de quedarse sin ella).

a = costo marginal de quedarse sin caja, por unidad monetaria (en general se supone formado por la pérdida de descuentos de caja y el descenso de la posición crediticia).

d = retorno neto incremental por unidad monetaria invertida.

k = monto de fondos al comienzo del periodo.

c = monto a mantener en caja al inicio del periodo.

Desarrolla su modelo buscando minimizar el costo de mantener caja. De esta forma su función del costo h(c) es derivada e igualada a 0. El resultado final del modelo de Beranek es:

$$\int_{-\infty}^{y = y^* - c} g\,(y)dy = d/a.$$

Supongamos que un administrador financiero se encuentra frente a una función de distribución de sus flujos netos de caja, que se

(3) William Beranek: "Analysis los Financial Decisions", Homewood, Illinois; Irwin, 1963, p. 345-387.

asume normal con $\bar{y} = 8.000$ y $\sigma y = 1.000$. El costo de quedarse sin caja es $a = 0.1$ y el retorno neto por las inversiones es $d = 0.02$.

El monto de fondos al inicio del período es $K = 4.000$ y el nivel crítico $y^* = 10.000$.

Se tiene entonces que $d/a = 0.02/0.2$ y, el valor de Z que corresponde es $Z = -0.85$.

Por lo tanto

$$\frac{y - 8.000}{1.000} = -0.85 \text{ de donde}$$

$$y = 7.150$$

Dado que $y = y^* - c =$ \$ 7.150 sabiendo que $y^* =$ \$ 10.000 tenemos que \$ 7.150 = \$ 10.000 $-c$, por lo que $c=$\$ 2.850. Por consiguiente siguiendo el modelo de Beranek, en el caso planteado se deben invertir \$ 4.000 - \$ 2.850 = \$ 1.150 y mantener en caja \$ 2.850.

Se deben pues transferir fondos a activos rentables hasta que la probabilidad acumulada de la función de distribución de y se iguale a d/a.