*Ricardo Pascale**

DECISIONES A TRAVES DEL TIEMPO

3.1 Rasgos estilizados de las decisiones financieras

Tres, son los rasgos estilizados que caracterizan a las decisiones financieras.

Un primer rasgo, es que ellas tratan de ***flujos financieros, considerados estos en una base caja***.

Las Finanzas, comienzan así, a tomar distancia de la Contabilidad. Esta última, se asienta en el criterio de lo devengado. Por ejemplo, una venta que realiza una empresa a seis meses de plazo será considerada, en la Contabilidad de la empresa para determinar sus resultados, como un ingreso. En cambio para las Finanzas, esa operación será un ingreso cuando el producido de la venta se haga efectivo en términos de caja.

Un segundo rasgo, es que esos flujos financieros en términos de caja, ***se desplazan en el tiempo,*** tanto sean ingresos como costos operativos o de inversiones. Esto es, por ejemplo, no se da, normalmente, que un producto se compre, se venda y se cobre en el mismo instante del tiempo. Lo normal es, que se compra en un momento, se paga cuando este convenido pagarse; luego se vende y se hace caja cuando esté convenido. Todos estos hechos se producen en diferentes momentos del tiempo. Por tanto, cuando se desean comparar los costos y los ingresos que se han producido en distintos momentos del tiempo es necesario hacerlos comparables. Para hacer comparables la suma de valores positivos y negativos en el tiempo que es uno de los puntos que se dilucidarán en este capítulo se conoce en la literatura económica y financiera como el **valor tiempo del dinero**.

El **valor tiempo del dinero** dice relación con el hecho que los agentes económicos valoran más, 1000 pesos o dólares o euros recibidos hoy día que, la esperanza de recibirlos dentro de un año.

Cabe preguntarse a qué obedece esa preferencia que está en la base conceptual del **valor tiempo del dinero.** Estimo que son varias las razones. Anoto tres, que aparecen como significativas.

La primera, es que si se reciben las 1000 unidades monetarias hoy día pueden invertirse y con ellas obtener dinero, y por tanto, valdrán más en el futuro.

---

*Catedrático de Finanzas, Universidad de la República, Uruguay. Doctor en Economía Aplicada. Presidente del Banco Central del Uruguay (1985-90; 1995-96).

La segunda, tiene relación con las preferencias que los seres humanos tenemos .Nos vemos más atraídos por los goces presentes que, por aquellos que se pueden dar eventualmente en el futuro.

La tercera consideración, dice relación que la percepción de la situación se presenta en el futuro. Aquí ingresamos en la Economía y las Finanzas de lo Incierto. Lo único cierto que sabemos del futuro es, que es incierto.

Estas tres consideraciones que están presentes en la preferencia de recibir 1000 unidades monetarias hoy en lugar de dentro de un año, y que denomino el **valor tiempo del dinero** existen con prescindencia de la pérdida de poder adquisitivo del dinero debido a la inflación. Los procesos inflacionarios agregarán otro elemento incierto al futuro. Esto será considerado más adelante en este capítulo, en cuanto corresponda.

El tercer rasgo estilizado, que caracterizan a las decisiones financieras es, que al esparcirse los flujos en el futuro ingresamos en el tema de la ***incertidumbre*** de los factores que influyen en ellos. El tema de la incertidumbre es central en todo el análisis financiero y de los tópicos más complejos. En este capítulo se hará una breve introducción a la misma y su influencia en el valor tiempo del dinero. En capítulos sucesivos se hará un análisis en profundidad del tema de la incertidumbre.

Tres pues, son los rasgos estilizados que caracterizan a las decisiones financieras. Estos son: ***los flujos financieros en términos de caja, el tiempo*** *y* ***la incertidumbre.***

Como señalé, este capítulo aborda en *valor tiempo del dinero,* e *introduce la incertidumbre.*

3.2 Valor futuro

La determinación del valor futuro de una suma de dinero invertida por un número *n* de períodos puede realizarse a través de dos caminos: estos son el *interés simple o el interés compuesto.*

Debe considerarse que la tasa que se habla es la *tasa efectiva de interés*, que es aquella generada por una unidad monetaria por el lapso de un período de tiempo.

En el caso del *interés simple,* este se genera sobre un mismo valor presente (VP) invertido. De esta forma si se quiere determinar el valor futuro (VF) que produce un VP colocado a la tasa efectiva *r,* de interés simple viene dado por la fórmula:

$$VF= VP\ (1+ r.\ n) \qquad (1)$$

Ejemplo:

Si se hace una colocación de 1000 unidades monetarias durante dos años a la tasa efectiva

r = 8% siendo n = 2. El VF será 1000 (1 + 0.08.2), o sea 1160.

La situación de trabajar con interés simple no es la más habitual, sino que se va a la *tasa de interés compuesto*. En este caso el interés que se va ganando en cada período se incorpora al VP invertido y sobre ese monto que se va generando se va calculando el interés del período siguiente.

Ejemplo:

La misma inversión de 1000 considerada antes al 8% anual durante dos años reportará al cabo del primer año:

$$VF = VP\ (1 + 0.08) = 1080$$

Para el segundo año, los intereses no se calculan como en el caso del interés simple sobre 1000, sino que será sobre 1080. De donde el *VF* al cabo del segundo año será:

$$VF_2 = 1080\ (1 + 0.08) \qquad \text{que es igual a haber hecho}$$

$$VF_2 = 1000\ (1 + 0.08)^2 = 1166.4$$

Como se advierte, es mayor a los 1160 obtenidos trabajando con interés simple.

Con interés compuesto los intereses que se ganan son 166.4,de los cuales 160 es interés simple y 6.4 interés compuesto.

La formulación general del valor futuro de un valor presente a una tasa efectiva r, por un período n de años viene dada por:

$$\mathbf{VF_n = VP\ (1 + \mathit{r})^n} \qquad \mathbf{(2)}$$

Donde *VF* es el valor futuro al cabo de n años

Una disgresión que es frecuentemente recordada para mostrar el **poder del interés compuesto** es el caso de la compra de la isla de Manhattan por Peter Minuit a los indígenas en

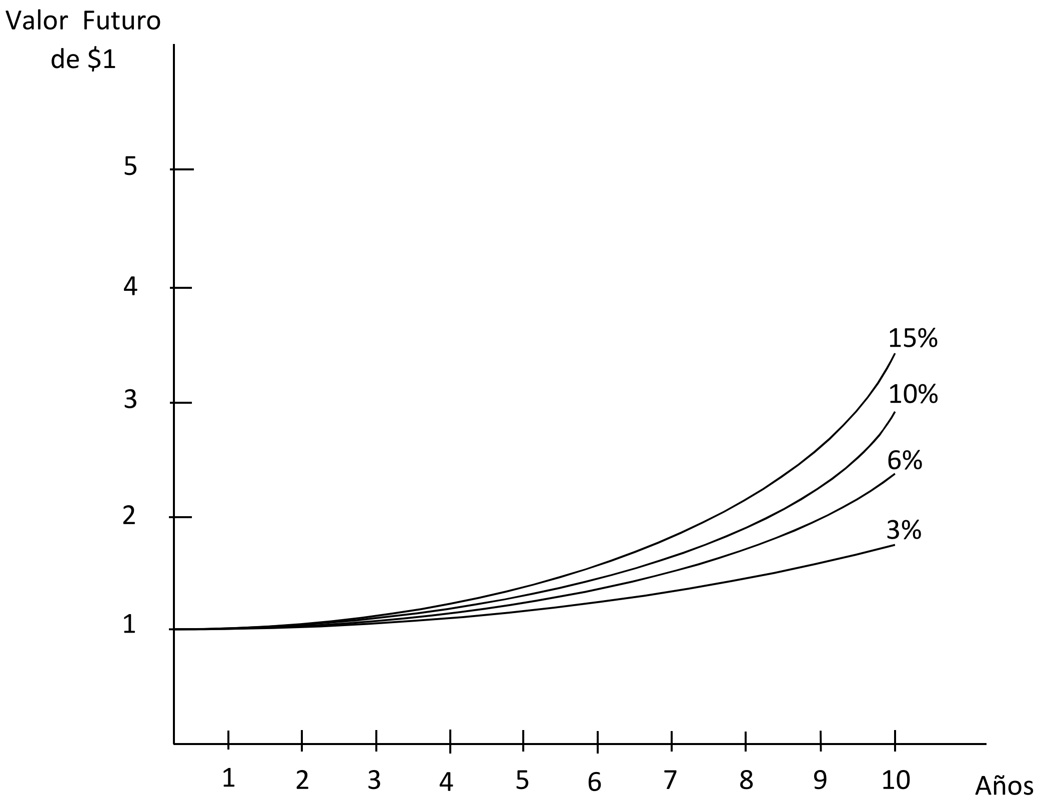
1626 por 24 dólares. Si se hubiera invertido el monto original a la tasa de interés del 5% anual y fuera compuesto y se mantuviera hasta 1997 –por decir una fecha- esto es durante 371 años, el *VF* sería

$$VF_{371} = 24\ (1 + 0.05)^{371} = 1.743.577.261 \text{ dólares}$$

La fig. 3.1 muestra como es valor futuro de $1 crece a medida que aumenta la tasa de interés y el número de años.

Fig. 3.1

Representación gráfica del valor futuro de $1 a diferentes tasas y años



3.3 Valor Presente

El valor presente es un concepto de numerosas aplicaciones a finanzas. Hasta ahora se vio el poder del interés compuesto. Ahora el valor presente será fundamental en las decisiones financieras en general, y en particular en las decisiones de inversión.

En la decisión de inversión, esta es aceptable, si obtiene al menos su *costo de oportunidad*. El costo de oportunidad es la tasa que podrían ganar los fondos utilizados en la mejor inversión alternativa del mismo riesgo. En capítulos siguientes, el lector encontrará en detalle la determinación de este costo de oportunidad.

Pero como se conectan estos conceptos de valor futuro, valor presente y el señalado principio básico de decisiones de inversión en condiciones de certidumbre.

Un ejemplo puede ilustrar estas conexiones.

Supongase que la tasa de interés en el mercado es el 8% anual. Y efectuamos una inversión por un año a esta tasa. El valor futuro será $ 1080. Existe asimismo una oportunidad de inversión en la que se puede invertir $1000 y en la que luego de un año, se obtienen 1190. Es decir, es superior a la que se obtendría ordinariamente en el mercado.

Una forma diferente, pero emparentada de mirar esta situación es a través de los valores presentes de ambas oportunidades de inversión.

Podría así, por ejemplo, tomarse los valores presentes, a través de un proceso de descuento de los valores futuros a valores presentes. La tasa a usar, será la denominada **tasa de descuento.**

Si el valor futuro al cabo de *n* años es:

$$VF_n = VP_0 (1 + r)^n$$

Trasponiendo términos llegamos al valor presente como:

$$VP_0 = \frac{VF_n}{(1+r)^n}$$

El valor presente para la inversión del mercado en el ejemplo presentado sería

$$VP_0 = \$\ 1080 / 1.08 = \$\ 1000$$

Para el caso de la inversión alternativa sería

$$VP_0 = \$\ 1190 / 1.08 = \$\ 1101.9$$

De manera que, la inversión del mercado tendrá un rendimiento del 8% anual, mientras que la otra oportunidad rendirá un 19% anual.

Llegamos así que los valores presentes, los valores futuros a la tasa del mercado y los rendimientos serán:

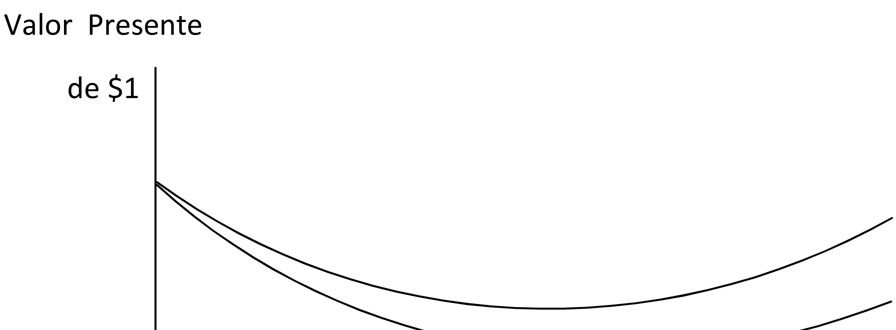
	Opción mercado	Opción alternativa
Valor futuro	$1080	$1190
Valor presente a la tasa de mercado	$1000	$1101.9
Rendimiento	8%	19%

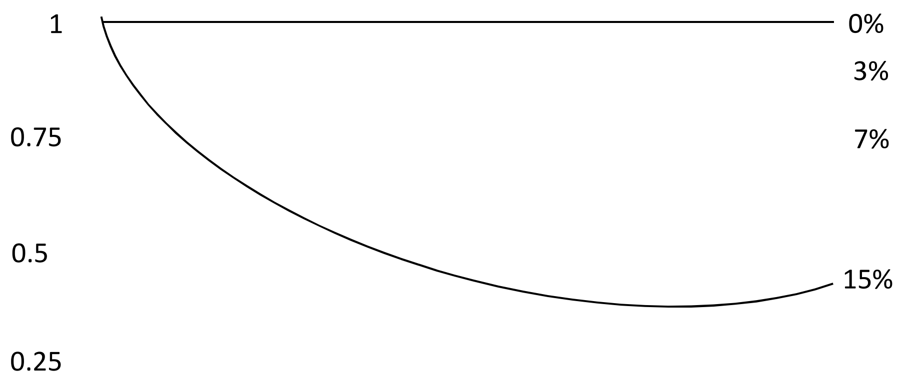
De esta forma se aprecia en el ejemplo presentado que la opción alternativa, tiene mayor valor presente que la de mercado así como mayor rendimiento.

La evolución del valor presente de $1 se aprecia a distintas tasas y períodos de tiempo en la figura 3.2 que sigue.

Figura 3.2

Representación gráfica del valor presente de $1 a distintas tasas y períodos

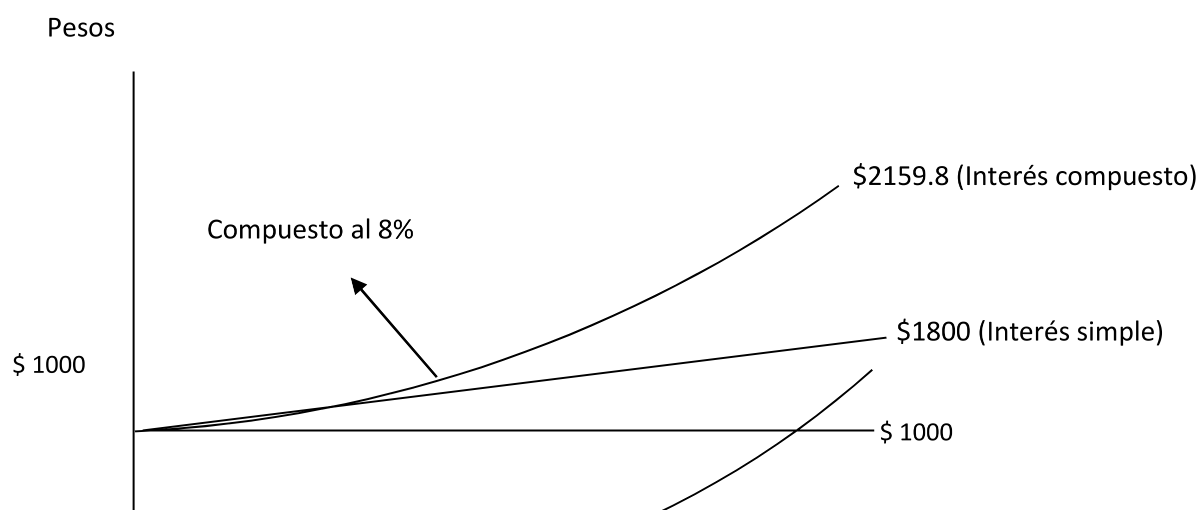




Es útil , a los efectos de mejor visualizar estos conceptos, representar gráficamente la trayectoria del interés compuesto y del interés simple para el valor futuro así como el valor presente. La figura 3.3 resume estas ideas en el caso de un valor inicial de $1000, con una tasa de interés del 8% anual, al cabo de 10 años.

Figura 3.3

Valor futuro a interés compuesto, interés simple y valor presente



El valor futuro luego de invertir los $1000 a interés compuesto al 8% anual, llega a $2.158,9, al ser $1000 ($1+0.08^{10}$). El valor futuro al cabo de 10 años a interés simple es 1000(1+0.08.10), o sea $ 1800, y el valor presente al momento cero desde el año 10 llega a $ 463,2.

Valor presente a intervalos

En muchos casos en la vida real, los descuentos se producen a intervalos menores que el año.

La fórmula de valor presente en este caso viene dada como:

$$VP = \frac{1}{(1 + r/m)^{nxm}}$$

donde *m* es el número de frecuencias de descuento por año.

Suponiendo una inversión de $1000 que deba ser descontada a una tasa anual pero con m=6, o sea descontada bimensualmente. Quedará como:

$$VP= 1000 \frac{1}{\left[\frac{1 + 0.06}{6}\right]^{1x6}}$$

Si el descuento hubiera sido sin intervalos el valor obtenido presente sería de 943.3, o sea mayor.

Valor presente con tasa de descuento continua

Se considera la hipótesis de un interés continuo. Sea *j* el tipo de interés continuo y *m* un número muy grande de periodos elementales en los que se divide un año. Será entonces *j/m* para *m* grande el interés proporcionado para el intervalo muy pequeño *l/m*

Al año, la aplicación de interés compuesto habrá transformado 1 en $\left(1+\frac{j}{m}\right)^m$

cuando m tiende a infinito, tendremos:

$$\lim_{m \to \infty} \left(1+\frac{j}{m}\right)^m = e^j$$

Entonces, el tipo de interés continuo *j*, que equivale al interés anual *r*, se define: $e^{j} = (1 + r)$

Considerando un periodo de tiempo *t*, el valor de un peso, al cabo de este periodo es igual a e^{jt}

Si se considera una renta continua F(t) en lugar de una sucesión F_0, F_1, F_2, F_n y se sustituye en la determinación del valor actual la suma:

$$\sum_{g=1}^{n} \frac{Fg}{(1 + r)^{g}}$$

se obtiene la integral:

$$\int_{0}^{n} e^{-jt} F(t)dt$$

Ejemplo:

Sabiendo que la inversión inicial es de $1.100.000 y que los flujos de fondos continuos durante veinte años son $180.000 por año y que la tasa de rendimiento requerida es el 12% anual, calcular el valor actual neto de la inversión.

$$VAN = \int_{t1}^{t2} F(t)\, e^{-jt}\, dt - 1$$

$e^{j} = 1 + i$

en donde:

$$e^{j} = 1 + 0.12 \therefore \quad j = L\,(1{,}12) = 0{,}1134$$

$$VAN = \int_{0}^{20} 180.000\, e^{-0.1134t}\, dt - 1.100.000 =$$

$$VAN = -180.000\, e^{-0.1134t} \Big|_{0}^{20} - 1.100.000 =$$

$$= -180.000\, (e^{-0.1134x20} - 1) - 1.100.000 =$$

$$= 1.587.301{,}5\, (0{,}103519 - 1) - 1.100.000 =$$

$$= 322.985.6$$

3.4 Anualidades

Hasta ahora se ha visto el valor presente o el valor futuro varias veces para un período de tiempo.

Se introduce aquí el caso que los flujos se presenten en diversos periodos de tiempo. Por ejemplo, en varios años.

Una *anualidad* es una serie regular de pagos efectuados por un número determinado de periodos.

Si los flujos se producen al fin de cada período se conoce como *anualidad ordinaria*. En cambio, si se producen al inicio de cada período se denominan *anualidad adelantada*.

La mayor parte de las aplicaciones en Finanzas de las anualidades son ordinarias.

Valor futuro de una anualidad

Supóngase el caso de que la anualidad ordinaria se produce por tres años, cada una de ellas de $ 1000 y que se invierte a la tasa del 8% anual.

La suma que corresponde al año 1, como se recibe al final del mismo, se capitalizará al 8% anual ,lo que reportará 1000(1+0.08) = 1166.4. La anualidad del año 2 generará intereses por un solo año y será su valor de 1000(1+0.08) = 1080. La anualidad del año 3 como se produce al fin de tercer año no rinde intereses por lo que ingresa como 1000. La suma de los tres valores alcanzados o sea: 1166.4+1080+1000= $3.246,4.

De esta forma, en el caso planteado el valor futuro de esa anualidad será de $ 3.246,4.

La fórmula para determinar el valor futuro de una anualidad de $1, por un número períodos *n* capitalizada a una tasa de interés *r* ,haciendo simples operaciones viene dada por:

$$\text{Valor Futuro} = \text{VFA} = \frac{(1 + r)^{n} - 1}{r}$$

Valor presente de una anualidad

Ahora viene el caso de calcular el valor presente de una serie de pagos, o sea el valor presente de una anualidad.

El valor presente de una anualidad es la suma de los valores presentes de los distintos pagos individuales.

Se sigue con una anualidad de $1000 por año que se recibe en forma ordinaria y que se descuenta a la tasa de interés de 8% anual.

La anualidad del año 1, se descuenta con $\frac{1}{(1 + 0.08)^1}$ o sea se multiplica por 0.9259, con lo que

el valor presente queda con $925.9. La del año 2, se descuenta por dos años, es decir se multiplica por $\frac{1}{(1 + 0.08)^2}$ o sea por 0.8573 , con lo que su valor presente es $857.3. La del año 3, queda

como $1000 multiplicada por $\frac{1}{(1 + 0.08)^3}$, es decir por 0.7938 lo que reporta $793.8.

De esta forma, la suma de los valores presentes nos da el valor presente de esta anualidad durante esos tres años, es decir: $925.9+$857.3+$793.8 = $ 2577.

Conociendo la fórmula de cálculo del valor presente, haciendo simples operaciones se llega a la fórmula de una anualidad de $1 para un número *n* de períodos y a la tasa *r* de esos períodos. Esta queda como:

Valor Presente de una Anualidad: $\frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r}$

Perpetuidades

Algunos activos financieros no tienen fecha de vencimiento. Ellos son perpetuos, o sea una anualidad que continua siempre, sin fin.

El valor futuro de una anualidad perpetua, dado que los períodos son infinito, es infinito.

El valor presente de una anualidad perpetua puede obtenerse a partir de la fórmula:

$$VPA = a\left[\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}\right]$$

Donde *a* es la anualidad.

Por lo que a medida que crece el número *n* de períodos el cociente se va haciendo más pequeño.

$$(1+r)^{-n} = \frac{1}{(1+r)^{n}}$$

Cuando *n* tiende a infinito el cociente tiende a cero. Por tanto, la fórmula de una anualidad perpetua y constante que se puede denotar como *a* , queda como:

$$\text{Valor presente de una anualidad perpetua y constante} = \frac{a}{r}$$

Por ejemplo, si se tiene una anualidad perpetua y constante de \$1000 y una tasa de interés de 9% anual, el valor presente de esa anualidad será:

$$VPAP = \frac{1.000}{0.09} = 11.111{,}11$$

0 sea, \$ 11.111,11

Valor presente de un flujo de fondos desiguales

En el caso de las anualidades tratado hasta ahora la serie de flujos de fondos eran iguales. Muy frecuentemente en Finanzas se está en presencia de flujos de fondos que son desiguales en los períodos considerados.

Supóngase el caso de que los flujos sean para el año 1, sea F =$ 2000, el del año 2 sea F = $3000, y para el año 3, F = $4500. Si la tasa de descuento es del 9% anual, el valor presente de cada uno de estos flujos será:

Año	Flujo	Valor VP(9%)	Valor Presente
1	2.000	0.9174	1.834,8
2	3.000	0.8417	2.525,1
3	4.500	0.7722	3.474,9
TOTAL			7.834,8

El valor presente de este flujo de tres fondos al 9% anual asciende a $ 7.834.8

La fórmula general para el valor presente, de amplias aplicaciones en Finanzas como se verá en capítulos posteriores viene dada por:

$$VP = \frac{F_1}{(1 + r)} + \frac{F_2}{(1 + r)^2} + \frac{F_3}{(1 + r)^3} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{F_n}{(1 + r)^n}$$

O sea

$$VP = \sum_{j=1}^{n} \frac{F_j}{(1 + r)^j}$$

Donde *F* es el flujo de fondos del período *t.* La expresión se conoce en la literatura financiera como la fórmula del *flujo de fondos descontados.*

3.5 Inflación, tasa real de interés, valor futuro y valor presente

Hasta ahora se ha tratado el tema del valor tiempo del dinero, valor futuro y valor presente con total prescindencia de la existencia de inflación.

Se incorporará en esta sección la inclusión de la inflación en los conceptos de valor futuro y valor presente.

Se produce *inflación*, cuando los precios de los bienes y servicios se incrementan en el transcurso del tiempo. No debe ser medida por el aumento de un precio de un bien o servicio e incluso de varios. La inflación es un incremento general del nivel global de todos bienes y servicios de una economía. Existen varios índices para medir la inflación. Uno de los más usados es el IPC (índice de precios al consumo).

La introducción de la inflación en el análisis financiero es vital puesto que existe en los países en forma extendida y en particular en los países emergentes.

El caso de valor futuro

Supongamos un caso que un joven de 20 años que ahorra $1000 y los invierte a interés compuesto del 10% durante 40 años. Cuál será el valor que alcanza?

Este será $1000 x (1.1) = $ 45.259. Ahora bien, esta tasa de interés es *nominal,* que es la tasa de interés en términos monetarios. Pero que sucede si durante esos 40 años la inflación fue también del 10%. Que le sucede al valor obtenido por el joven? Como la inflación fue igual a la tasa de interés nominal que gano en esos 40 años, en realidad dispondrá para comprar bienes y servicios hoy día no los $45.259 sino, solo los $ 1000 iniciales. En definitiva, no ganó nada.

Por contraste con la tasa nominal de interés, está la *tasa real de interés,* que es la tasa en términos de bienes y servicios reales.

La tasa nominal de interés, se compone, por una parte, de un componente que es la tasa de interés real más una expectativa de inflación.

La vinculación entre la tasa real de interés, la tasa nominal de interés y la inflación viene dada por

$$1 + \text{Tasa Real de Interés} = \frac{1 + \text{Tasa de Interés Nominal}}{1 + \text{Tasa de Inflación}}$$

O lo que sería igual a:

$$\text{Tasa Real de Interés} = \frac{\text{Tasa Nominal de Interés – Tasa de Inflación}}{\text{1 + Tasa de Inflación}}$$

Por ejemplo, si la tasa de interés nominal es en un período del 12% y la tasa de inflación en el mismo período es el 7%, cual es la tasa de interés real?

Será

$$\frac{0.12\text{-}0.07}{1 + 0.07} = 0.0467$$

O sea, el 4.67%

Por ejemplo, si se decide determinar el valor futuro en términos reales de una inversión de $1000, durante 40 años, esta será:

$$\text{Valor futuro real} = 1000 \text{ x } (1 + 0.0467)^{40} = \$\ 6.347.7$$

El Valor Futuro en términos nominales sería:

$$\$\ 1000 \text{ x } (1 + 012)^{40} = \$\ 95.051$$

En ese período de 40 años el nivel de precios llega a

$$(1 + 0.07)^{40} = 14.974$$

Por lo que, dividiendo el valor futuro nominal por el índice de precios de ese período se llega

$$\frac{\$\ 95.051}{14.974} = 6.347.7$$

Lo que muestra este ejemplo que luego de 40 años con la inversión de $1000 se llega a adquirir bienes y servicios a los precios de hoy por $ 6.347,7. Por razones de redondeo, puede haber ligeras diferencias.

El caso del valor presente

En este caso si tenemos un conjunto de flujos en términos corrientes. Ellos deben descontarse a la tasa de interés nominal.

Si por el contrario, los flujos están expresados en pesos reales, la tasa de descuento que debe utilizarse es la tasa real de interés.

Una regla importante en Finanzas es: *cuando se trabaja con flujos en términos corrientes se debe utilizar la tasa de descuento nominal. Si por el contrario, se trabaja con flujos en términos reales se debe utilizar la tasa de descuento en términos reales. No deben cruzarse flujos nominales con tasas reales, ni flujos reales con tasas nominales.*

3.6 Préstamos

Los conceptos vistos anteriormente de anualidades tienen numerosas aplicaciones en Finanzas. Una de ellas es la que tiene que ver con la forma de pagar un préstamo. Hay distintas maneras de hacerlo.

Aquí veremos tres. Una primera es, cuando se paga una cuota constante del principal y van variando los intereses. Una segunda, es cuando la cuota es constante y una tercera, se pagan solo intereses hasta el vencimiento, en donde se paga los intereses del último período y el total del principal.

Amortización constante del principal

El ejemplo a seguir es un préstamo de $10000 que se pagará en 5 años a una tasa de interés de 10% anual. Las amortizaciones de principal serán iguales todos los años. Este sistema se suele usar en algunos préstamos de negocios, de mediano plazo. A menudo se le conoce en la literatura y práctica financiera como sistema alemán. En el cuadro que sigue se sigue el proceso.

Año	Saldo Inicial	Pago Total	Intereses	Principal	Saldo Final
1	10000	3000	1000	2000	8000
2	8000	2800	800	2000	6000
3	6000	2600	600	2000	4000
4	4000	2400	400	2000	2000
5	2000	2200	200	2000	----

El pago de principal es siempre como se observa de $2000 en cada año. Los intereses del 10% se cargan sobre el saldo inicial, de allí que en el primer año es $1000 , en el segundo $800 y así sucesivamente.

Se advertirá que hay una mayor carga del servicio de deuda en los primeros períodos y luego va descendiendo. Ello en ciertos casos puede significar una dificultad para nuevos proyectos.

El sistema que se analizará en segundo lugar tiene cuotas fijas.

Amortización de cuotas constantes de servicio de deuda

En este caso los pagos de cada año son iguales, y se utiliza para calcular la cuota de amortización los principios y fórmulas que se vieron antes. Este sistema se le conoce con frecuencia en la literatura y práctica financiera como el sistema francés de pago de préstamos. Es muy usado en hipotecas, compra de autos, etc.

Se seguirá el mismo *ejemplo.*

Sabiendo la fórmula de anualidades, se llega a determinar el valor de la cuota constante de pago.

En este caso es:

$$10.000 = C \left\{ \frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r} \right\},$$

$$10.000 = C \left\{ \frac{1 - 0.6209}{0.1} \right\}$$

$$C = \frac{10.000}{3.751}$$

De donde se efectuarán 5 pagos iguales de $2637.83

El cuadro que sigue desarrolla la evolución de las principales variables del préstamo.

Año	Saldo Inicial	Pago Total	Interés	Principal Pagado	Saldo Final
1	10000	2637,83	1000	1637,83	8362,17
2	8362,17	2637,83	836,22	1801,61	6560,56
3	4560,56	2637,83	656,1	1981,73	4578,83
4	4578,83	2637,83	457,8	2180,03	2398,8
5	2398,80	2637,83	239,9	2397,93	
		13189,15	3190.02	10000	

La discriminación entre el principal y el interés que se paga en cada cuota surge de los siguientes razonamientos. El interés del primer año, surge del 10% sobre el total del préstamo, o sea $1000. La parte del principal saldrá de $2637,83 - $1000 lo que arroja $1637.83.

Los intereses del segundo año son el 10% del monto del saldo inicial o sea 0.10 x 8362.17 y así sucesivamente.

Sistema de pago de principal al vencimiento.

En este caso, el pago del principal se efectúa todo al final, pagándose los intereses en cada año que serán iguales dado que no se amortiza nada del principal. Este sistema se suele conocer como americano.

Siguiendo el ejemplo desarrollado se expone el cuadro siguiente

Año	Saldo Inicial	Pago Principal	Intereses	Pago Total s/impuestos
1	10000	---	1000	1000
2	1000	---	1000	1000
3	1000	---	1000	1000
4	1000	---	1000	1000
5	1000	10000	1000	11000
	5000	10000	5000	15000

Con frecuencia aparece la pregunta, cuál de los tres métodos es más conveniente?

El método alemán, tiene pagos iniciales más fuertes, en el francés son uniformes, y el americano carga los pagos en el último período.

Los tres métodos, -en ausencia de impuestos y gastos- desde el punto de vista de la tasa interna de retorno (TIR), esto es, desde la tasa de interés que aplicada sobre los flujos de fondos genera un valor actual de estos exactamente igual que el valor actual de la inversión considerada para obtenerlos (o en este caso los fondos recibidos del préstamo), dan el mismo resultado. En el ejemplo que se viene desarrollando los tres métodos arrojan una misma TIR, que es TIR=10%.

El método francés es el más regular, y eso en algunos casos puede ser conveniente para una empresa que ese patrón de comportamiento de los flujos le convenga. El alemán es el que pesa más en los primeros períodos y si la firma tiene suficiente capacidad y adaptabilidad puede ser útil. El sistema americano es el más benigno en cuanto a exigencias de liquidez al comienzo, quedando toda la amortización para el final del período.

Sin embargo, el americano es el que paga la mayor cantidad de intereses. Y entre el francés y el alemán el que paga menos intereses es el alemán. En realidad es el que paga menos intereses de los tres métodos.

La conveniencia va a depender de cada empresa en particular en base a los patrones de sus flujos. El americano es el menos utilizado en los mercados. En realidad el francés es el más utilizado y el alemán en segundo lugar. Sin embargo, a muchos le importa que pese a tener todos la misma TIR,

es el que paga al final menos cantidad de intereses y se inclina por el alemán.

3.7. La presencia de impuestos y gastos

Hasta ahora se ha trabajado con un mundo libre de impuestos y de gastos cuando se concede un préstamo. Es imprescindible llegar a incorporar estos elementos para pasar de la tasa de interés de un préstamo al costo financiero efectivo del préstamo. Se introducen, en una primer instancia, los impuestos.

Los intereses de un préstamo son un gasto deducible a los efectos de los impuestos a las rentas de las sociedades. Esto es lo general en los países. Los fondos propios no, también por lo general. Es decir si, en la opción de efectuar un financiamiento, un empresario se financia con deudas, los intereses son un gasto deducible. Dicho en otras palabras, si paga $10 de intereses y la tasa de impuesto a la renta de las sociedades es el 30%, en realidad como los $10 son deducibles, el interés le va a costar $7. El Fisco, de hecho, a sabiendas o no, subsidia la tasa de interés de un préstamo contra los fondos propios.

Por el contrario, el costo de los fondos propios, que es el costo de oportunidad de los mismos, es un costo y por las razones de riesgo involucradas, es un costo mayor que el de las deudas. Sin embargo, el Fisco no reconoce, salvo en algunos países, un costo por el capital propio a los efectos tributarios.

Ejemplo

Supóngase el caso visto en el ejemplo anterior de las varias modalidades de préstamos. En esta oportunidad se tomarán los flujos del préstamo que se mostró como sistema americano y para determinar el costo efectivo del financiamiento se considera que el impuesto a la renta a las sociedades es el 30%. Siendo la tasa de interés del 10% anual.

Se debe deducir del costo de los intereses, el 30% de los mismos. O sea, se tomara 0.3x $1000 para determinar cada uno de los, o sea $700. Esta cifra es la que aparece en el cuadro que sigue

así como los pagos totales . El ingreso inicial del préstamo como no habían gastos es $10000.

Año	Saldo Inicial	Pago Principal	Intereses	Pago Total Con impuestos
1	10000	---	1000	700
2	1000	---	1000	700
3	1000	---	1000	700
4	1000	---	1000	700
5	1000	10000	1000	10700
	5000	10000	5000	13700

Determinando la tasa de rendimiento o tasa interna de retorno del préstamo o costo financiero efectivo, este será del:7%.

Ejemplo

Supóngase ahora que el caso es el préstamo efectuado con el sistema alemán. Pero como se trata de un préstamo del exterior tiene un tratamiento fiscal diferente que el primer ejemplo. Solo el 48% del 30% de impuestos se puede deducir, o sea el 14.4%. será deducible. Así. en el primer año de intereses solo se computarán (1000-144)= 856. Y asi sucesivamente.

En este ejemplo , suponemos que existen costos iniciales al préstamo de escritura por valor de $500 con lo cual el empresario recibe realmente al inicio, $ 9500.

Para el cálculo del costo financiero efectivo se tendrá un ingreso en el momento 0 de $ 9500 y como pagos las cifras que están en la última columna del cuadro que sigue.

El costo financiero efectivo ,esto es la tasa interna de retorno (TIR) de ese flujo de fondos ,viene resultando: 11%

Año	Intereses	Intereses – Impuestos	Pago de Principal	Pago Total
1	1000	856	2000	2856
2	800	684,8	2000	2684,8
3	600	513,6	2000	2513,6
4	400	342,4	2000	2342,4
5	200	171,2	2000	2171,2

Se puede apreciar de los casos ejemplificados, la importancia que pueden tener tanto impuestos como gastos vinculados al préstamo, a la hora de determinar el costo financiero efectivo de un préstamo.

3.8. Hacia las Finanzas en Incertidumbre

El análisis desarrollado hasta ahora, salvo algunas menciones pequeñas, ha sido en términos de certidumbre. **La realidad es, que el futuro es incierto**. Debe dejarse la economía y las finanzas de lo cierto, para ingresar en la economía y finanzas de lo incierto.

Hasta ahora, el mundo de certidumbre que se transitó supuso una tasa de interés que no tenía incertidumbre. Pero que tasa debe utilizarse cuando nos acercamos al mundo riesgoso en que vivimos y tenemos que determinar que tasa utilizar como costo de oportunidad para calcular un valor presente? Este costo de oportunidad que será la tasa a descontar, será mayor cuanto más incertidumbre tenga involucrada la empresa en cuestión, o el sector en que se encuentre la firma o incluso el lugar y el momento en que este la misma. De manera que, una mayor incertidumbre nos llevará a tener una mayor tasa de descuento y nuestra preferencia será mayor de contar con $1000 ahora que dentro de un año. Dicho en otros términos, valdrá a los ojos de hoy menos que dentro de un año y será tanto menos como mayor sea la incertidumbre involucrada.

Para ingresar,un poco más profundamente en el tema me ha parecido importante recordar las opiniones que sobre el riesgo y la incertidumbre expresaron algunos eminentes economistas, en este caso he seleccionado a cuatro que me parecen relevantes y esclarecedoras. Los mismos son: Knight, Keynes, Samuelson y Arrow.

Es una oportunidad adecuada en la trayectoria del Tratado, para situar el tema en el contexto de sus opiniones.

Frank Knight (1921), efectuó los primeros aportes de significación en el área, estableciendo la distinción entre riesgo e incertidumbre.

Dice el autor "*incertidumbre debe ser tomada en un sentido radicalmente distinto de la noción familiar de riesgo, de la cual nunca ha sido adecuadamente, separada… aparecerá como una incertidumbre mensurable, o riesgo propiamente dicho, es bien diferente de la no mensurable incertidumbre".* El autor asimismo, hablando del cálculo de probabilidades vinculado al tema, señala que los mismos *"reflejan la tentativa de naturaleza creativa de la mente humana de frente a lo desconocido"*

John M. Keynes (1937), por su parte, a su tiempo señala, "*por conocimiento incierto yo no quiero decir solamente distinguir lo que es conocido con certeza de aquello que es solamente probable. El juego de la ruleta, no es un sujeto, en este sentido la incertidumbre… el sentido en el cual yo estoy usando el término, es aquel en el que la prospectiva de la guerra europea es incierta o el precio del cobre o la tasa de interés veinte años en adelante, o la obsolescencia de una nueva invención…sobre esos temas no hay bases científicas en las que formar una probabilidad calculable. Nosotros simplemente, no sabemos"*

Paul A. Samuelson, que ha incursionado con singular brillantez en muchas áreas de la economía, ha mantenido en sus distintos trabajos y opiniones una posición propia, en alguna medida, tomando cierta distancia de las posturas más radicales tanto de la Finanzas Tradicionales y la *Behavioural Finance*. En 2007, señaló refiriéndose al mundo real de las inversiones que "*la mayor parte de los inversores no han entendido como capitalizar las anomalías de las BF, aún si ellos son escépticos sobre la eficiencia y fanáticos de la BF. En realidad, parte de su propia irracionalidad es su incapacidad para aceptar la volatilidad y las clases de riesgos que dan los rendimientos promedios*." Samuelson, fue un admirador de Louis Bachelier, que en 1900 en su tesis doctoral ,*Theorie de la Speculation* escribió sobre la caminata al azar (*random walk*) de los precios modelizando movimientos brownianos. Samuelson difunde sus hallazgos, no apreciados hasta entonces. Refiriéndose a los precios en los mercados financieros, Samuelson sentó su posición en 1965, en diez páginas, en la obra maestra académica "*Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly",* posición que mantiene durante el resto de su carrera. Básicamente, en ese trabajo señala que los precios de mercado son la mejor estimación de valor, que el cambio de los precios sigue una caminata al azar (*random walk*) y que el futuro precio de los activos es no predecible. Sobre el riesgo, y la diversificación, Samuelson, cree que, "*una amplia* *diversificación de portafolios es un camino sagaz para dormir bien en las noches y formar los ahorros en el ciclo de vida de un esposo.”*

Y por último se trata la opinión de otro brillante Premio Nobel de Economía, Kenneth J. Arrow, (1971, 1992), de notables contribuciones sobre la introducción del riesgo al análisis económico. Arrow señala: “*para mí, nuestro conocimiento, de la forma en que funcionan las cosas, en las sociedades, o en la naturaleza, viene impulsada por nubes de vaguedades. Vastos daños han seguido a las creencias de certidumbre, sean estas históricas, de grandes diseños diplomáticos o visiones extremas en política económica. Cuando se desarrollan políticas con efectos amplios para un individuo o una sociedad, la cautela es necesaria porque no podemos predecir las consecuencias”*

Hasta ahora se había tratado-como se señaló- el tema con dos variables que eran ciertas. Estas fueron, los flujos que se pueden denotar como **F,** y la tasa de descuento , que se puede denotar como **k.**

Pues en el mundo real, tanto **F** como **k** , son variables que contienen incertidumbre. La incorporación de la incertidumbre a ambas variables es fundamental para que las teorías expliquen más adecuadamente los fenómenos que se intentan interpretar.

En la **k** , la importancia de la incertidumbre dio lugar a numerosas teorías que intentan incorporarla. El tema en su versión más moderna comienza con Barnoulli en 1738 y continúan con los aportes de Von Neumann y Morgenstern hacia mediados del siglo pasado y que se continúan con aportes seminales de la teoría del portafolio de Markowitz , para luego ampliarse con los aportes de Sharpe , Mossin y Lintner en la teoría conocida como CAPM hacia los años 60 del siglo XX. Así la tasa de interés que hablamos en certidumbre dará paso a una **k, que incorporará la incertidumbre del sector en que opera cada activo e incluso de la empresa propiamente dicha que se trate.**

La **F,** también está sujeta a incertidumbre. Ahí se suele recoger los aspectos más específicos de la

empresa, utilizándose para ello modelos de simulación, entre ellos el método Montecarlo.

Por tanto, la F será una variable aleatoria que denotamos como:

$\tilde{\mathbf{F}}$

Y para el cálculo del valor presente k será una variable aleatoria, o sea:

$\tilde{k}$

De donde el valor presente neto, en incertidumbre **no será** un solo valor presente neto como lo es en certidumbre, sino que será una variable aleatoria que seguirá una función de probabilidad y que denotamos como:

n

$$\widetilde{VPN} = \sum_{j=0} \frac{Fj}{(1+k)^j}$$

Y la tasa interna de retorno en condiciones de incertidumbre vendrá expresada por:

$$\sum_{j=0}^{n} = \frac{Fj}{(1+\tilde{r})^j} = 0$$

En las Finanzas contemporáneas, no es correcto de hablar que un proyecto reporta una determinada tasa interna de retorno, ni un específico valor presente neto. En realidad, se estará en presencia de una función de probabilidades de tasas internas de retorno o de valores presente neto y por tanto, es adecuado hablar de probabilidades de alcanzar o superar una tasa interna de retorno determinada o un valor presente neto determinado.

En suma, el análisis de valor tiempo del dinero, se ensancha para incorporar los elementos de la incertidumbre y pasará a ser, **valor tiempo del dinero en condiciones de incertidumbre** A ello se dedicarán varios capítulos de este Tratado.

Referencias Bibliográficas

Arrow, Kenneth, (1992) “I know a hawk from handsaw” en M . Szenberg ,Ed., “Eminents Economists,their lives and philosophies. Cambridge

Garmica Hervás J.R., Esteban Otto Thomasz y Romina Paula Garofalo, “Cálculo Financiero. Teoría, Ejercicios y Aplicaciones”(2008) Ed. Cooperativas. Buenos Aires

Keynes, John M (1936) “”The General Theory of Employment, Interest and Money”. Palgrave MacMillan.

Knight,Frank (1964) “Risk ,Uncertainty and Profits” NY Century originalmente publicada en 1921.

Pascale, Ricardo (2007) “Decisiones Financieras” 6 ta Edición. Pearson Prentice Hall. Buenos Aires

Ross,Stephen A, Randolph W. Westerfield, Jeffrey Jaffé y Dradford J.Jordan ,(2013) 11th Ed “Corporate Finance” Eleventh Edition McGraw_Hill.

Samuelson, Paul A. (1965). “Proof that Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly”. Industrial Management Review.